# S. Y. B. A.

# LOGIC

# तर्कशास्त्र

By

Dr. Dhanraj Hadule

Agasti Arts, Commerce & Dadasaheb Rupwate Science, College, Akole, Dist- Ahmednagar

Mob. 8275473201

Email : philosophydept20@gmail.com

## प्रकरण -3

## संबंध तर्कशास्त्र

## Relational Logic

## ▪ संबध तर्कशास्त्राचे स्वरूप : विधेय तर्कशास्त्राचे विकसित रूप :-

- ✓ संबंध तर्कशास्त्र ही तर्कशास्त्राची आधुनिक शाखा आहे. संबंध तर्कशास्त्राला विधेय तर्कशास्त्राचे विकसित रूप आहे, असे म्हटले जाते.
- ✓ विधेय तर्कशास्त्रात एकवाची व सामान्यवाची विधाने असतात. ही विधाने व्यक्तीच्या ठिकाणी कोणते गुणधर्म आहेत अथवा नाहीत याप्रकारची माहिती देतात.
- ✓ **उदा : नितीन प्रामाणिक आहे आणि प्रमोद हुशार आहे. सर्व आंबे गोड आहेत. काही भूकंप विनाशकारी असतात.**

➢ अशी काही विधाने असतात की, ज्या विधानात वस्तू अथवा व्यक्तीच्या ठिकाणी कोणते गुणधर्म आहेत किंवा नाहीत या प्रकारची माहिती दिली जाण्याऐवजी दोन अथवा अधिक वस्तू, व्यक्ती कोणत्या संबंधाने एकमेकाशी बांधलेल्या आहेत. या प्रकारची माहिती दिलेली असते.

**उदाः 'अर्जुन व युधिष्टीर भाऊ होते', 'पुणे मुंबईपेक्षा लहान आहे', 'प्लेटो सॉक्रेटिसचा शिष्य होता'.**

- ✓ या विधानात माहिती किंवा गुणधर्म याला महत्त्व नसून दोन किंवा अधिक पदामध्ये कोणत्या प्रकारचा संबंध आहे याला महत्त्व दिलेले असते.
- ✓ अशा संबंधवाची विधानाचा अर्थ लावण्यासाठी व त्याचे चिन्हांकन करण्यासाठी संबंध तर्कशास्त्र महत्त्वाचे ठरते.

➢ संबंध तर्कशास्त्राची व्याख्या

"दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक वस्तू, व्यक्ती अथवा घटनामधील संबंधाच्या तार्किक रचनेला संबंधवाची तर्कशास्त्र असे म्हणतात."

- ✓ "ज्या विधानात दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक पदामध्ये संबंध व्यक्त केला जातो, त्यास संबंधवाची विधान असे म्हणतात."

## ❖ संबंधवाची विधानाची तार्किक संरचना / वैशिष्ट्ये :-

i) संबंधवाची विधानाचा अर्थ दोन किंवा अधिक वस्तू, व्यक्ती दिलेल्या असून, त्यांच्यामध्ये एक विशिष्ट असा संबंध आहे असा असतो.

उदा : राम व लक्ष्मण हे भाऊ होते.

ii) संबंधवाची विधानातून अनेक प्रकारचे संबंध अभिव्यक्त होत असतात.

उदा : च्यापेक्षा मोठा असणे, च्यापेक्षा हुशार असणे, च्यापेक्षा बुध्दिमान असणे, ची माता असणे, चा पिता असणे इत्यादी प्रकारचे संबंध व्यक्त होतात.

उदा : 1. अनिल किशनपेक्षा उंच आहे.

2. लक्ष्मण उर्मीलेचा पती होता.

iii) संबंधवाची विधानात कमीत – कमी दोन संबंधित वस्तू किंवा व्यक्ती असल्याच पाहिजे. त्यांना 'संबंधी' किंवा 'संबंधके' असे म्हटले जाते.

उदा : राम व लक्ष्मण भाऊ होते.          या विधानात **राम व लक्ष्मण** ही संबंधके आहेत.

iv) संबंधवाची विधानात दोन पदे असतात.  अ) संबंधाश्रय ब) संबंधाश्रित

**अ) संबंधाश्रय** :- "ज्या पदाकडून संबंध जातो त्याला 'संबंधाश्रय' म्हणतात."

उदा : राम सितेचा पती होता.

**ब) संबंधाश्रित** :- "पहिल्या पदाकडून संबंध ज्या पदाकडे जात असतो, त्या पदास 'संबंधाश्रित' पद असे म्हणतात."

उदा : राम सितेचा पती होता.

v) संबंधवाची विधानात जो संबंध सांगितला जातो, त्याला एक दिशा असते. ती दिशा दर्शविण्यासाठी '→' बाण हे चिन्ह वापरतात.

उदा : 1. रीतेश कुत्र्याला बांधतो.    **रीतेश → कुत्रा**

2. भांडवलदार कामगाराला वेतन देतो.    **भांडवलदार → कामगार**

## ▪ संबंधकाच्या संख्येनुसार संबंधवाची विधानाचे प्रकार :-

✓ संबंधवाची विधानाचे प्रमुख पाच प्रकार आहेत.

### 1. द्विपद संबंधवाची विधान :-

✓ "दोन पदामधील संबंध ज्या विधानातून व्यक्त होतो, त्यास द्विपद संबंधवाची विधान असे म्हणतात."

उदा : i) सोनिया गांधी प्रियंका गांधीची आई आहे.

ii) प्लेटो हा सॉक्रेटिसचा शिष्य होता.

### 2. त्रिपद संबंधवाची विधान :-

✓ "जेव्हा तीन पदामधील संबंध ज्या विधानातून सांगितला जातो, त्यास त्रिपद संबंधवाची विधान असे म्हणतात."

उदा : i) राम हा लक्ष्मण व सिता यांच्या मध्यभागी उभा आहे.

ii) भारताने इंग्लंडमध्ये ऑस्ट्रेलियावर विजय मिळविला.

## 3. चतुर्थपद संबंधवाची विधान :-

- ✓ "ज्यावेळी चार व्यक्ती अथवा वस्तू या पदात असणारा संबंध ज्या विधानातून व्यक्त होतो, त्यास चतुर्थपद संबंधवाची विधान असे म्हणतात."

उदा : i) प्राध्यापकाने दिलेला पेन उमेशने रमेशला दिला.

ii) सचिन, सेहवाग व विराट हे क्रिकेट खेळतात.

## 4. पंचपद संबंधवाची विधान :-

- ✓ "जेव्हा पाच पदामधील संबंध ज्या विधानातून सांगितला जातो, त्यास पंचपद संबंधवाची विधान असे म्हणतात."

उदा : शिक्षकाने आपली बाईक गणेशला नगरला नेऊन हेमंतकडे देण्यास सांगितले.

## 5. अनेकपद संबंधवाची विधान :-

## ❖ संबंधवाची विधानांचे चिन्हांकन :- (Symbolizing relational propositions)

**नियम** - 1) संबंधवाची विधानांचे चिन्हांकन करताना कमीत कमी तीन अक्षरचिन्हे वापरावी लागतात. यापैकी दोन अक्षरचिन्हे संबंधकासाठी असतात. तर तिसरे दिलेल्या संबंधासाठी असते.

2) संबंधवाची असलेले चिन्ह इंग्रजीतील मोठ्या लिपीतील अक्षर असते. व संबंधकासाठी असलेले चिन्ह इंग्रजीतील लहान लिपीतील अक्षर असते.

3) संबंध बोधक चिन्ह (A-----Z) हे नेहमी सुरवातीला काढले जाते.

4) ज्या दोन संबंधकामध्ये (a-----w) संबंध सांगितला जातो त्याचा अर्थ लक्षात घेऊन त्यांची मांडणी योग्य क्रमाने करावी लागते.

उदा : 1. सॉक्रेटिसने प्लेटोला शिकविले. (s,p, Txy)

**Tsp**

2. अकोले पुण्यापेक्षा लहान आहे. (a, p, Lxy)

**Lap**

3. पुणे मुंबईपेक्षा मोठे नाही. (p, b, Bxy)

**~ Bpm**

4. अनिल शामपेक्षा मोठा नाही पण रामपेक्षा मोठा आहे. (a, s, r, Bxyz)

**~ Bas . Bar**

5. पाकिस्तान भारताचा किंवा चीनचा शेजारी आहे. (p, b, c, Nxy)

**Npb v Npc**

6. जर राम लक्ष्मणहून मोठा असेल तर भरतहूनदेखील मोठा होता. (r, l, b, Exy)

**Erl ⊃ Erb**

7. सर्वांना अमिताभ आवडतो. (a, Lxy)

**(X) Lxa**

8. काहीजन सर्वांना मदत करतात.

**(∃x) (Y) Hxy**

9. सर्वजन काहींना मदत करतात.

**(X) (∃y) Hxy**

10. काहीजन काहींना मदत करतात.

**(∃x) (∃y) Hxy**

11. सर्वजन सर्वांना आकर्षित करतात

**(X) (Y) Axy**

12. सर्व सर्वांकडून आकर्षिले जातात.

**(Y) (X) Axy**

13. काहीजन काहींना आकर्षित करतात.

**(∃x) (∃y) Axy**

14. काही काहींकडून आकर्षिले जातात.

**(∃y) (∃x) Axy**

15. सर्व काहींना आकर्षित करतात.

**(X) (∃y) Axy**

## ❑ द्वित्व संबंधाचे गुणधर्म किंवा वैशिष्ट्ये / प्रकार :-
## (Properties of dydic relation)

- ✓ संबंधवाची विधानातील दोन पदामधील संबंधाला द्वित्व किंवा द्विपद संबंध असे म्हणतात.
- ✓ द्वित्व संबंधाचे गुणधर्म पुढील तीन वर्गात नमूद करता येतात.

| | | |
|---|---|---|
| अ] i) सममात्रता | ii) असममात्रता | iii) विषममात्रता |
| ब] i) प्रवाहिता | ii) अप्रवाहिता | iii) विषमप्रवाहिता |
| क] i) परावर्तीता | ii) अपरावर्तीता | iii) विषमपरावर्तीता |

## अ] i) सममात्रता :- (Symmetrical Relation)

- ✓ सममात्रता संबंध म्हणजे अशा प्रकारचा संबंध की , जो एका व्यक्तीचा दुसऱ्या व्यक्तीशी असतो. तोच संबंध दुसऱ्या व्यक्तीचा पहिल्या व्यक्तीशी असतो.

उदा : 1. राम हा लक्ष्मणचा भाऊ आहे. यावरून लक्ष्मण हा रामचा भाऊ आहे.

2. भारत पाकिस्तानचा शेजारी आहे. यावरून पाकिस्तान भारताचा शेजारी आहे.

सूत्र - (x) (y) (Rxy ⊃ Ryx)

## ii) असममात्रता संबंध :- (Asymmetrical Relation)

- ✓ असममात्रता संबंध म्हणजे अशा प्रकारचा संबंध की, जेथे एका व्यक्तीचा दुसऱ्या व्यक्तींशी जो संबंध असतो तो संबंध दुसऱ्या व्यक्तीचा पहिल्या व्यक्तीशी नसतो.

उदा : 1. राम सितेचा पती आहे. यावरून सीता रामचा पती नाही.

2. सॉक्रेटिस प्लेटोचा गुरू होता. यावरून प्लेटो सॉक्रेटिसचा गुरू नाही.

सूत्र - (x) (y) (Rxy ⊃ ~ Ryx)

## iii) विषममात्रता संबंध :- (Non-symmetrical Relation)

- ✓ विषममात्रता संबंध म्हणजे अशा प्रकारचा संबंध की, जो एका व्यक्तीचा दुसऱ्या व्यक्तींशी असतो तोच दुसऱ्या व्यक्तीचा पहिल्या व्यक्तीशी कधी असेल अथवा कधी नसेलही.

उदा : 1. भारत चीनचा मित्र आहे. यावरून चीन भारताचा मित्र असेल किंवा नसेलही.

2. आरती अर्चनाची मैत्रीण आहे. यावरून अर्चना आरतीची मैत्रीण असेलही किंवा नसेलही.

सूत्र - (x) (y) [Rxy ⊃ **(Ryx** v ~ Ryx**)]**

## ब] i) प्रवाहितता (प्रवाही) संबंध :- (Relation of Transitivity)

- ✓ प्रवाही संबंध म्हणजे अशा प्रकारचा संबंध की, जो पहिल्या व्यक्तीचा दुसऱ्या व्यक्तीशी असतो आणि दुसऱ्या व्यक्तीचा तिसऱ्या व्यक्तीशी असल्यामुळे पहिल्या व तिसऱ्या व्यक्तीमध्येसुध्दा संबंध असतो.

उदा : 1. आन्वी तन्वीपेक्षा उंच आहे आणि तन्वी सान्वीपेक्षा उंच आहे. यावरून आन्वी सान्वीपेक्षा उंच आहे.
2. घोडा कुत्र्यापेक्षा जलद धावतो, कुत्रा मांजरापेक्षा जलद धावतो. यावरून घोडा मांजरापेक्षा जलद धावतो.

सूत्र - (x) (y) (z) [(Rxy . Ryz) ⊃ Rxz]

## ii) अप्रवाहितता (अप्रवाही) संबंध :- (Relation of Intransitivity)

- ✓ अप्रवाही संबंध म्हणजे अशा प्रकारचा संबंध की, जो एका व्यक्तीचा दुसऱ्या व्यक्तीशी असतो आणि जो दुसऱ्या व्यक्तीचा तिसऱ्या व्यक्तीशी असूनही पहिल्या व तिसऱ्या व्यक्तीत नसतो.

उदा : शहाजी हा शिवाजीचा पिता होता. शिवाजी हा संभाजीचा पिता होता. यावरून शहाजी हा संभाजीचा पिता आहे, असे अनुमान काढता येत नाही.

सूत्र - (x) (y) (z) [(Rxy . Ryz) ⊃ ~Rxz]

## iii) विषम प्रवाहितता (विषमप्रवाही) संबंध :- (Relation of Non Transitivity)

- ✓ विषम प्रवाही संबंध म्हणजे अशा प्रकारचा संबंध की, जो एका व्यक्तीचा दुसऱ्या व्यक्तीशी असतो आणि जो दुसऱ्या व्यक्तीचा तिसऱ्या व्यक्तीशी असतो. तोच संबंध पहिल्या व्यक्तीचा तिसऱ्या व्यक्तीशी कधी असतो तर कधी नसतोही.

उदा : भारत चीनचा मित्र आहे आणि चीन पाकिस्तानचा मित्र आहे. यावरून भारत पाकिस्तानचा मित्र असेलही किंवा नसेलही.

सूत्र - (x) (y) (z) [(Rxy . Ryz) ⊃ Rxz] . (x) (y) (z) [(Rxy . Ryz) ⊃ ~Rxz]

## क] i) परावर्तीतता (परावर्ती) संबंध :- (Relation of Reflexivity)

- ✓ परावर्ती संबंध म्हणजे अशा प्रकारचा संबंध की, जो संबंध एका एका व्यक्तीचा दुसऱ्या व्यक्तीशी असतो तोच संबंध त्या व्यक्तीचा स्वत:शीदेखील असतो.

उदा : रामचे लक्ष्मणवर प्रेम होते. यावरून रामचे स्वत:वरही प्रेम होते.

सूत्र - (x) (y) (Rxy ⊃ Rxx)

## ii) अपरावर्तीतता (अपरावर्ती) संबंध :- (Relation of Irreflexivity)

- ✓ अपरावर्ती संबंध म्हणजे अशा प्रकारचा संबंध की, जो एका व्यक्तीचा दुसऱ्या व्यक्तीशी असतो तोच त्या व्यक्तीचा स्वत:शी कधीही नसतो.

उदा : रामचा सितेशी विवाह झाला यावरून रामचा स्वत:शी विवाह झाला असे म्हणता येत नाही.

सूत्र - (x) (y) (Rxy ⊃ ~Rxx)

## iii) विषमपरावर्तीता (विषमपरावर्ती) संबंध :- (Relation of Non-reflexivity)

- ✓ विषम परावर्ती संबंध म्हणजे अशा प्रकारचा संबंध की, जो एका व्यक्तीचा दुसऱ्याशी असतो. तोच त्या व्यक्तीचा कधी स्वत:शी असतो तर कधी स्वत:शी नसतो.

उदा : कपील सुनिलवर टिका करतो यावरून कपील स्वत:वर टिका करेल अथवा करणार नाही.

सूत्र - (x) (y) (Rxy . Rxx) **.** (Rxy . ~Rxx)

Thank you